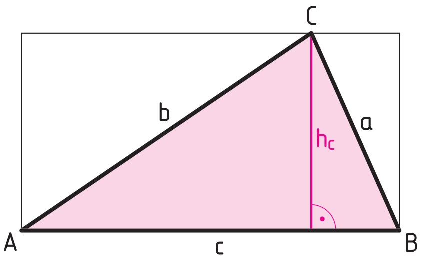
Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren

Dreiecke

Zeichne ein beliebiges Dreieck ABC und umschreibe ein Rechteck. Durch die Höhe h_c wird das Rechteck in 2 weitere Rechtecke geteilt. Diese werden durch die Seite a bzw. b in 2 gleiche rechtwinklige Dreiecke geteilt. Vergleichst du nun den Flächeninhalt des umschriebenen Rechtecks mit dem des ursprünglichen Dreiecks, erkennst du, dass das Dreieck ABC die Hälfte der Fläche des umschriebenen Rechtecks hat.

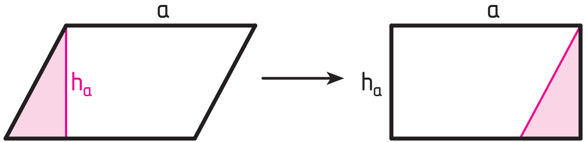


$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$ oder $$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

$$u = a + b + c$$

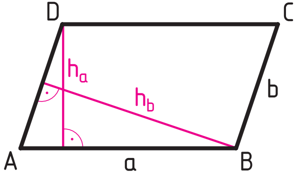
Parallelogramme

Um den Flächeninhalt eines Parallelogramms zu errechnen überlege dir Folgendes:



Schneide bei einem Parallelogramm das Dreieck entlang der Höhe h_a ab und füge es an der rechten Seite wieder an. Es ist ein flächengleiches Rechteck entstanden. Der Flächeninhalt des Rechtecks lässt sich leicht errechnen. Dieser Flächeninhalt ist auch der Flächeninhalt des Parallelogramms.

Parallelogramm

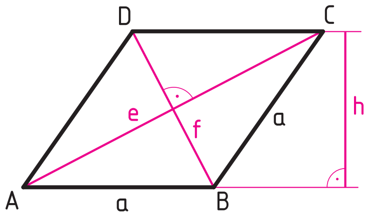


$u = 2 \cdot (a + b)$ **$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$**

Raute (gleichseitiges Parallelogramm)

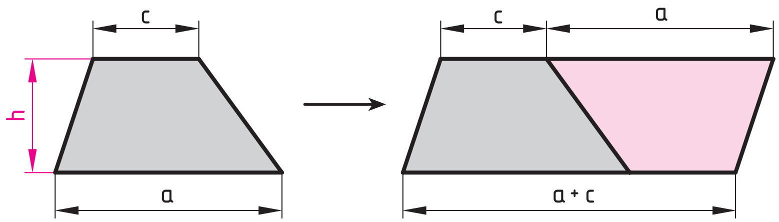
$u = 4 \cdot a$ $A = a \cdot h$

Die Diagonalen stehen aufeinander normal: $e \perp f$



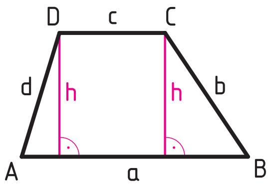
Trapeze

Um den Flächeninhalt eines Trapezes zu bestimmen überlege dir Folgendes:



Zeichne ein Trapez auf ein Blatt Papier. Lege ein zweites Blatt Papier darunter und schneide so zwei kongruente Trapeze aus. Drehe eine der Figuren und lege sie, so wie die Abbildung oben zeigt, zusammen. Es ist ein Parallelogramm entstanden, das einen doppelt so großen Flächeninhalt hat wie das ursprüngliche Trapez.

Trapez



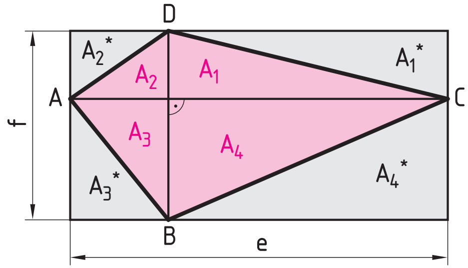
$u = a + b + c + d$

$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

Man spricht von einem **gleichschenkligen Trapez,** wenn **b = d** gilt.

Vierecke mit aufeinander normal stehenden Diagonalen

Um den Flächeninhalt A eines Vierecks mit aufeinander normal stehenden Diagonalen zu bestimmen, überlege dir Folgendes:



Es gilt: $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$

aber auch: $A = A_1^* + A_2^* + A_3^* + A_4^*$

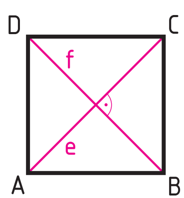
$A_{\square} = 2 \cdot A = e \cdot f$

$\mathbf{A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f}$

Zeichne ein beliebiges Viereck mit aufeinander normal stehenden Diagonalen e und f.
Ziehe um das Viereck ein Rechteck, sodass die Seiten parallel zu den Diagonalen liegen.
Durch die beiden Diagonalen und die Seiten des ursprünglichen Vierecks entstehen jeweils rechtwinklige Dreiecke, die flächengleich sind: $A_1 = A_1^*$, $A_2 = A_2^*$, $A_3 = A_3^*$, $A_4 = A_4^*$
Das umschriebene Rechteck hat den doppelten Flächeninhalt des ursprünglichen Vierecks.

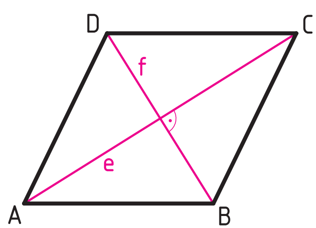
Besondere Vierecke mit aufeinander normal stehenden Diagonalen e ⊥ f:

Quadrat



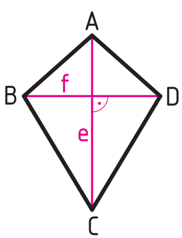
$\mathbf{A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f}$

Raute



$\mathbf{A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f}$

Deltoid

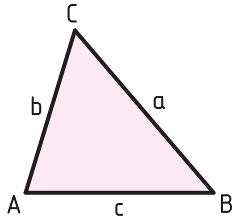


$\mathbf{A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f}$

Übersicht über die ebenen Figuren

Dreiecke

allgemein

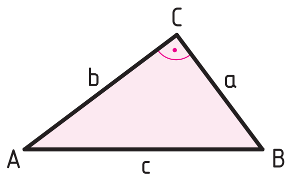


$u = a + b + c$

$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

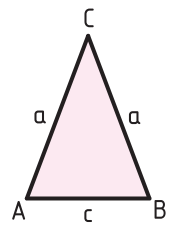
spezielle Dreiecke:

rechtwinklig



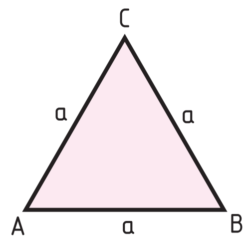
$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

gleichschenklig



$a = b$

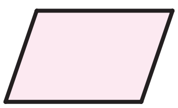
gleichseitig



$a = b = c$

Vierecke

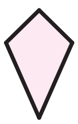
Parallelogramm



$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

$u = 2\,(a + b)$

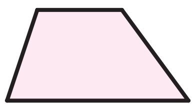
Deltoid



$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

$u = 2\,(a + b)$

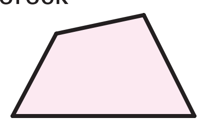
Trapez



$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$u = a + b + c + d$

unregelmäßiges Viereck



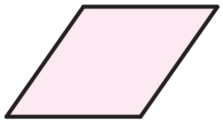
in Teildreiecke zerlegen

Rechteck

$A = a \cdot b$

$u = 2\,(a + b)$

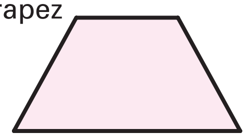
Raute



$A = a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

$u = 4a$

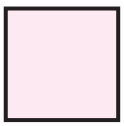
gleichschenkliges Trapez



$A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$u = a + 2\,b + c$

Quadrat



$A = a^2 = \frac{1}{2} \cdot d^2$

$u = 4a$