



Aufsteigen ...
in MATHEMATIK 5

LÖSUNG SHEFT

Seite 11, 12, 13

Mengen

1 a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

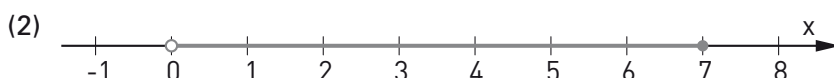
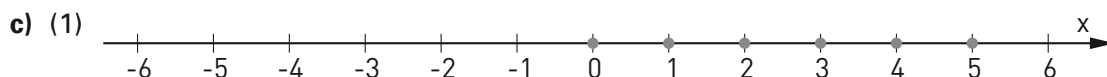
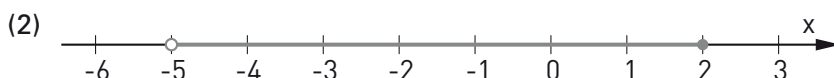
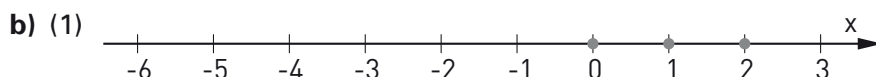
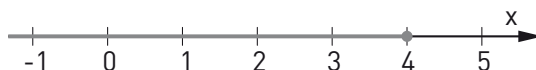
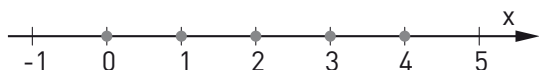
b) $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

c) $C = \{1, 3\}$

d) $D = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$

2 a) (1)

(2)



3 a) $A = \{x \in \mathbb{N}_g \mid 2 \leq x \leq 10\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 2\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 6\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -3\}$

4 a) $A \subseteq \mathbb{N}, \mathbb{N} \supseteq A$

b) $A \subseteq B, \text{ auch } A = B, B \supseteq A$

c) $A \subseteq \mathbb{R}, \mathbb{R} \supseteq A$

d) $A \subseteq \mathbb{N}_u, \mathbb{N}_u \supseteq A$

5 a) bezüglich G_1 äquivalent
bezüglich G_2 äquivalent

b) bezüglich G_1 äquivalent
bezüglich G_2 nicht äquivalent, weil
die Zahlen $\dots, -9, -8, -7, -6$ die
Ungleichung $x < 5$ in G_2 erfüllen, die
Ungleichung $|x| < 5$ jedoch nicht

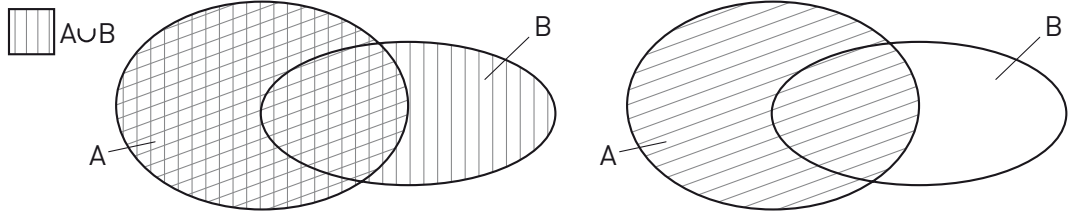
6 $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} = B$ $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\} = A$
 $A \setminus B = \{1, 2, 9, 10\}$ $B \setminus A = \{\}$

7 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \mathbb{N}_g$
 $A \cap B = \{2, 4\}$ **Beachte: 0 ist weder eine gerade noch eine ungerade Zahl**
 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$
 $A \setminus B = \{0, 1, 3, 5\}$ $B \setminus A = \{6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$

8

a)

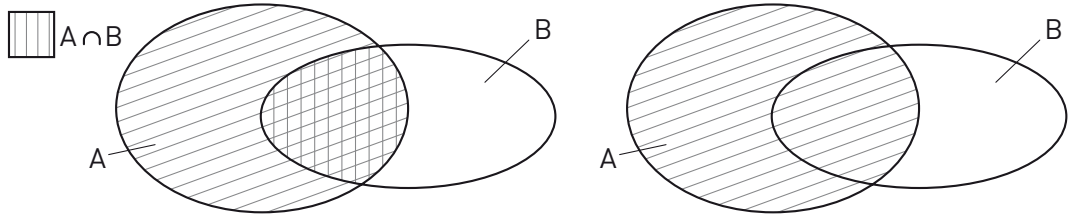
$$A = A \cap (A \cup B)$$



	A	B	A	$A \cup B$	$A \cap (A \cup B)$
x	∈	∈	∈	∈	∈
x	∈	∉	∈	∈	∈
x	∉	∈	∉	∈	∉
x	∉	∉	∉	∉	∉

b)

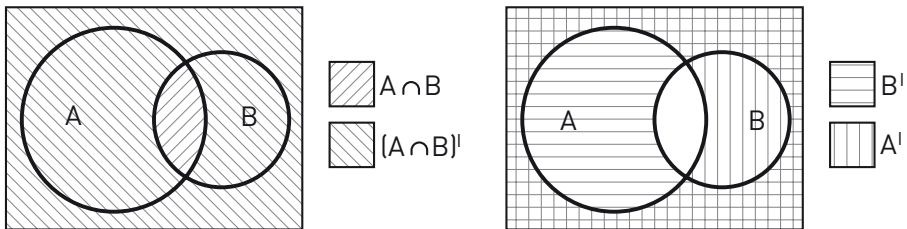
$$A = A \cup (A \cap B)$$



	A	B	A	$A \cap B$	$A \cup (A \cap B)$
x	∈	∈	∈	∈	∈
x	∈	∉	∈	∉	∈
x	∉	∈	∉	∉	∉
x	∉	∉	∉	∉	∉

9

a) $(A \cap B)' = A' \cup B'$



	A	B	$A \cap B$	$(A \cap B)'$	A'	B'	$A' \cup B'$
x	∈	∈	∈	∉	∉	∉	∉
x	∈	∉	∉	∈	∉	∈	∈
x	∉	∈	∉	∈	∈	∉	∈
x	∉	∉	∉	∈	∈	∈	∈

Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln.
Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

Wende dein Wissen an!

- ① 4 Komplementärmenge 3 Durchschnittsmenge 2 Differenzmenge
5 Produktmenge 1 Vereinigungsmenge

	w. A.	f. A.
Jede ganze Zahl ist eine natürliche Zahl.		✓
$\exists! x \in \mathbb{N}_g$ mit x ist Primzahl.	✓	
$\exists x \in \mathbb{N} \mid x < 0$		✓
$\forall x \in \mathbb{N}_g$ gilt $2 \mid x$	✓	

- ③ Wenn A eine wahre Aussage ist, dann ist $\neg A$ eine falsche Aussage.
Wenn $\neg A$ eine wahre Aussage ist, dann ist A eine falsche Aussage.

- ④ (a) Äquivalenz (b) Implikation

- ⑤ Wenn sie beides macht.

- ⑥ Wenn er mindestens eine Sportart ausführt.

- ⑦ a) $B \setminus T$ Menge der Burschen, die nicht Tennis spielen.
 B' Menge der Mädchen
 $R \cup S$ Menge der Schülerinnen und Schüler, die reiten oder segeln oder beide Sportarten betreiben
 $T \setminus R$ Menge der Schülerinnen und Schüler, die Tennis spielen, aber nicht reiten
 $T \cap S$ Menge der Schülerinnen und Schüler, die Tennis spielen und segeln
 $K \setminus S$ Menge der Schülerinnen und Schüler, die nicht segeln
 $S \setminus T$ Menge der Schülerinnen und Schüler, die segeln aber nicht Tennis spielen
 $M \setminus (T \cup R)$ Menge der Mädchen, die weder Tennis spielen noch reiten
 $(T \cup R) \setminus M$ Menge der Burschen, die Tennis spielen oder reiten oder beide Sportarten betreiben

- b) $R \setminus B$
 $(S \cup T) \setminus M$
 $B \cup M$
 $K \setminus S$

⑧

x	$A \cup B$	$A \cap B$	$B \setminus A$	$A \setminus B$	A'	B'	$(A \cap B)'$
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
12	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

- ⑨ (a) $[-2; \infty[$ (b) $[-2; 0]$ (c) $]0; 7[$ (d) $[7; \infty[$ (e) $] -\infty; -2[\cup [7; \infty[$

Seite 20, 21, 22, 23

Zehnerpotenzen – Gleitkommadarstellung

- 1 a) $4,367\ 23 \cdot 10^3$ b) $1,894\ 56 \cdot 10^4$ c) $3,004\ 679 \cdot 10^5$
 d) $1,23 \cdot 10^{-3}$ e) $8,75 \cdot 10^{-2}$ f) $7,5 \cdot 10^{-1}$
- 2 a) 370 000 b) 410 000 000 c) 40 000
 d) 0,231 e) 0,000 000 007 8 f) 0,000 086 5
- 3 a) um 4 Größenordnungen kleiner b) um 3 Größenordnungen größer
- 4 a) $1,4 \cdot 10^{-1}$ km, $1,4 \cdot 10^2$ m, $1,4 \cdot 10^4$ cm b) $4,8 \cdot 10^1$ m, $4,8 \cdot 10^2$ dm, $4,8 \cdot 10^3$ cm
 c) $5,4 \cdot 10^{-2}$ kg, 5,4 dag, $5,4 \cdot 10^1$ g d) $7,5 \cdot 10^1$ km, $7,5 \cdot 10^6$ cm, $7,5 \cdot 10^7$ mm
- 5 a) $5 \cdot 10^{-6}$ m³ b) $8 \cdot 10^{15}$ μm³ c) $4 \cdot 10^{-15}$ dm³ d) $7 \cdot 10^9$ m³
- 6 a) $6 \cdot 10^{-6}$ m² b) $4 \cdot 10^{10}$ mm² c) $1,6 \cdot 10^{-5}$ km² d) $7 \cdot 10^{10}$ cm²
- 7 a) ca. 220 000 Briefe b) ca. 277 Milliarden Briefe c) 1.390
- 8 rund $5 \cdot 10^4 = 50\ 000$ -mal
- 9 a) ca. 32 Stunden b) ca. 4 000 Stunden = 167 Tage
- 10 a) $6 \cdot 10^{24}$ kg b) $1,9 \cdot 10^{27}$ kg
 c) Der Jupiter ist ungefähr 300-mal schwerer als die Erde.
- 11 3 200 000 Stunden (= 133.333 Tage \approx 365 Jahre)
- 12 $9,460\ 8 \cdot 10^{12}$ km
- 13 a) Erde – Sonne: $500\ \text{s} = 8\frac{1}{3}$ Minuten Neptun – Sonne: $15\ 000\ \text{s} = 4\frac{1}{6}$ Stunden
 b) Das Licht braucht 30-mal länger.
- 14 bei 10 km Höhe: 50,108 Stunden
 bei 9,5 km Höhe: 50,104 Stunden, um rund $\frac{4}{1\ 000}$ Stunden (= ca. 14 Sekunden) kürzer
 bei 11 km Höhe: 50,116 Stunden, um rund $\frac{8}{1\ 000}$ Stunden (= ca. 29 Sekunden) länger
- 15 a) $100 \pm 0,5$ mm
 b) A: [7114; 7286] in m² U: [340; 344] in m
 c) [0,125; 3,375] in dm³

Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln.
Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

Wende dein Wissen an!

1	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
-5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{3}{4}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
0,9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{2}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{169}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2 (a) falsch (b) richtig (c) falsch (d) richtig (e) richtig (f) richtig (g) richtig

3 (a) Kommutativgesetz der Addition (b) neutrales Element der Multiplikation
(c) neutrales Element der Addition (d) Distributivgesetz
(e) inverses Element der Multiplikation (f) inverses Element der Addition

4 (a) Potenzen derselben Basis werden dividiert, indem man die Hochzahlen subtrahiert. (2)
(b) Eine Potenz wird potenziert, indem die Hochzahlen multipliziert werden. (3)
(c) Potenzen derselben Basis werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert. (1)
(d) Ein Quotient wird potenziert, indem man Zähler und Nenner potenziert. (5)
(e) Ein Produkt wird potenziert, indem man jeden Faktor potenziert. (4)

5 (a) $2x^3 \cdot x^2 = 2x^5$ $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ (b) $(3x)^3 = 27x^3$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
(c) $(a^2b^3)^4 = a^8b^{12}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$
(d) $2x^2y^3 \cdot x^2 = 2x^4y^3$ $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$ (e) $(\frac{3}{2})^4 = \frac{81}{16}$ $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ (f) $\frac{x^3}{x^2} = x$ $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$

6 $(-2)^5 = -32$ $3^2 = 9$ $-4^2 = -16$

7 Potenziert man eine negative Zahl, so ist das Ergebnis positiv oder negativ.

8 Potenziert man eine positive Zahl, so ist das Ergebnis positiv.

9 (a) (2) (b) (1) (c) (1) (d) (2) (e) (3)

10 (a) (5) (b) (4)

11 (a) 3 (b) -1 (c) 2 (d) 9 (e) 9

12 (a) (5) (b) (1) (c) (2) (d) (3) (e) (4)

13 $3 \text{ m} = 3 \cdot 10^3 \text{ mm}$ $3 \text{ m} = 3 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$

14 (a) [3 591; 4 850] in mm^3 (b) [28; 39] in g

Seite 27, 28

Zahlensysteme

- ① a) 1011001000 b) 1000000100 c) 1000011010101
- ② a) 34D b) 10A1 c) 320C
- ③ a) 19 b) 142 c) 3 690 d) 48 377

Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln.
Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

- ① **Wende dein Wissen an!**
 (a) möglich (b) nicht möglich, 2 ist keine Ziffer (c) nicht möglich, B ist keine Ziffer
 (d) möglich (e) möglich (f) möglich
- ② (c) (d)
- ③ (a) und (d) (b) und (c)

Seite 31, 32

Lineare Gleichungen mit einer Variablen

- ① a) $L = \{1\}$, Probe: 12
 b) $L = \{8\}$, Probe: 410
- ② a) $L = \{7\}$, Probe: 9 577
 b) $L = \{3\}$, Probe: 35
- ③ a) $D = \mathbb{R} \setminus \{2, 4, 6\}$, $L = \{3\}$, Probe: -2
 b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, 6, 7\}$, $L = \{2\}$, Probe: $\frac{9}{20}$
 c) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, $L = \{2\}$, Probe: 2
- ④ a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$, $L = \{3\}$, Probe: $\frac{3}{2}$
 b) $D = \mathbb{R}$, $L = \{5\}$, Probe: 1
- ⑤ a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$, $L = \{5\}$, Probe: 3
 b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, $L = \{\frac{1}{5}\}$, Probe: $\frac{15}{8}$

6 a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-4, -3, -2, -1\}$, $L = \{2\}$, Probe: 1

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{1, 3, 5, 7\}$, $L = \{9\}$, Probe: 1

7 a) $D = \mathbb{R} \setminus \{3, \frac{9}{2}\}$, $L = \{12\}$, Probe: $\frac{5}{3}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\}$, $L = \{5\}$, Probe: 4

8 a) $a = -b \rightarrow L = \mathbb{R}$ Probe: $\frac{1}{4}(a^2 + 2ab + b^2)$
 $a \neq -b \rightarrow L = \{\frac{b-a}{2}\}$

b) $a = -b \rightarrow L = \mathbb{R}$ Probe: $a^2 - 4ab + 4b^2$
 $a \neq -b \rightarrow L = \{a - b\}$

c) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ Beachte: D bezieht sich auf die unbekannte Variable x.

$a = \pm b \rightarrow L = \{\}$ Probe: 0

$a \neq \pm b \wedge b = 0 \rightarrow L = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$a \neq \pm b \wedge b \neq 0 \rightarrow L = \{b^2 - a^2\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} \text{ mit } x \neq \pm a\}$

$x = \frac{1}{3}a$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$

Probe: $\frac{1}{4}$

Seite 41, 42, 43

Quadratische Gleichungen

1 a) $x_1 = -15, x_2 = 9$

b) $x_1 = 5, x_2 = 14$

c) $x_1 = -8, x_2 = 13$

2 a) $x_1 = -1, x_2 = \frac{11}{20}$

b) $x_1 = -1,85, x_2 = -1,4$

c) $x_1 = -\frac{9}{7}, x_2 = 2$

3 a) $x_1 = 0,24, x_2 = 2,76$

b) $x_1 = 0,31, x_2 = 3,81$

4 a) $x_1 = -3, x_2 = 3$

b) $x_1 = -7, x_2 = 7$

5 a) $x_1 = \frac{15}{4}, x_2 = 5$

b) $x_1 = 0, x_2 = 1$

6 a) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 6$

b) $x_1 = -\frac{20}{21}, x_2 = 3$

7 a) $x_1 = -7, x_2 = 7$

b) $x_1 = -8, x_2 = 8$

8 a) $D = \mathbb{R} \setminus \{3, 8\}$ $x^{(2)} = 6$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$ $x_1 = \frac{11}{7}, x_2 = 6$

9 a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 4, 6, 7\}$ $x_1 = \frac{26}{5}, x_2 = 10$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3, 4\}$ $x_1 = \frac{11}{5}, x_2 = 5$

10 a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$ $x_1 = -9, x_2 = 9$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ $x_1 = -3, x_2 = 3$

- 11 a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$ keine Lösung in \mathbb{R} b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$ für alle $x \in D$ w. A.
- 12 a) $x_1 = b, x_2 = a$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ b) $x_1 = -a, x_2 = 5a$ mit $a \in \mathbb{R}$
- 13 a) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2a\}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$
 $a \neq 0 \wedge b = 0 \rightarrow L = \{6a\}$
 $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \rightarrow L = \{6a; 2a - b\}$
 b) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \pm b\}$ mit $b \in \mathbb{R}$
 $b = 0 \rightarrow L = \{\}$
 $b \neq 0 \rightarrow L = \{2b; \frac{b}{4}\}$
- 14 a) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0, x_1 = a + b, x_2 = -(a + b)$
 b) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq a \text{ und } x \neq \frac{1}{a}\}$
 $a \neq \pm 1 \rightarrow L = \{-1; 1\}$
 $a = 1 \rightarrow L = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
 $a = -1 \rightarrow L = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- 15 a) $m = \frac{2E}{v^2} \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ b) $v_0 = \sqrt{2gh} \quad g = \frac{v_0^2}{2h}$ c) $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \quad g = \frac{2s}{t^2}$
- 16 a) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ b) $10x^2 - 29x + 10 = 0$ c) $12x^2 + 25x + 12 = 0$
- 17 a) $T(x) = (x - 3) \cdot (x - 5)$ b) $T(x) = (x + 9) \cdot (x - 2)$ c) $T(x) = (x + 7) \cdot (x + 5)$
- 18 a) $T(x) = 6 \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = (3x + 1) \cdot (2x - 3)$ b) $T(x) = (4x + 3) \cdot (x - 1)$
 c) $T(x) = (6x + 5) \cdot (5x + 3)$

Seite 45, 46, 47

Textgleichungen

- 1 1. Summand: x 2. Summand: $61 - x$
 $x \cdot (61 - x) = 888$
 Die beiden Summanden lauten 24 und 37.
- 2 Berechne jeweils den Wert der Zahl!
 Zehnerziffer: x
 $(10x + 2) \cdot (20 + x) = 1\,300$
 Die Ausgangszahl ist 52.
- 3 Berechne den Betrag, den beide in x Tagen bekommen!
 Anzahl der Tage: x
 $\left(\frac{40}{x}\right) \cdot x + \left(\frac{40}{x} + 3\right) \cdot (x - 3) = 80$
 Marita kommt 8 Tage aus, Lukas nur 5 Tage.

- ④ 1. Seite: x 2. Seite: $497 - x$
 $x \cdot (497 - x) = 57\,720$
 Das Grundstück ist 312 m lang und 185 m breit.
- ⑤ Setze in die Formel für O ein!
 Radius der Grundfläche: x
 $x^2\pi + 10x\pi = 96\pi$
 Der Radius der Grundfläche beträgt 6 cm.
- ⑥ Mache eine Skizze und berechne den Flächeninhalt des Zuschauerraums!
 Breite des Zuschauerraums: x
 $100 \cdot 120 \cdot \frac{2}{3} = (100 - 2x) \cdot (120 - 2x)$
 Der Zuschauerraum ist 10 m breit.
- ⑦ ursprüngliche Anzahl der Personen: x
 Jede Person hätte erhalten.
 $\left(\frac{1\,440}{x} + 24\right) \cdot (x - 3) = 1\,440$
 Es waren ursprünglich 15 Personen.
- ⑧ Bestellte Ware: x kg
 $\left(\frac{588}{x} - 2,8\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) = 588$
 Es wurden ursprünglich 10 kg bestellt.

Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln.
 Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

Wende dein Wissen an!

- ① a) $7x - 3 = 11$ $x = -2$ b) $7 - \frac{3x}{2} = 1$ $3x - 5 = 6$
 $-3x = -6$ $7 + 2x = 15$
 $5x + 3 = 17$ $x = 4$
 $\frac{x}{2} + 1 = 2$ $42 - 4x = 20$
- c) $a = 1,5$ $a^2 = 2,25$
 $2,5 - a = 1,5$
 $4a - 4 = 2$
 $\frac{2}{2} + \frac{1}{4} = 1$
- ② $a = 0$, $a = 3$
- ③ $a = 2$, $a = -2$

4	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
$2x^3 - 3x - 2 = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$x^2 + 2x - 2 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$x^2 - x + 2 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$8x^2 - 6x - 5 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

5	2 Lösungen	1 Lösung	keine reelle Lösung
$\frac{p^2}{4} = q$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$D < 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$b^2 - 4ac > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$p^2 > 4q$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

6	$x = -3$	$x = -1$	$x = 2$	$x = \frac{5}{2}$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 8$
$x^2 - 5x + 6 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x^2 + x = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x^2 = 4 \cdot (3x - 8)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$x \cdot (2x - 13) + 20 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$2x^2 - 3x = 5$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x \cdot (x - 1) = 12$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7 a) $x_1 = \frac{1}{3}a, x_2 = \frac{3}{5}a$ b) (1) $x_1 = \frac{10}{3}, x_2 = -6$ (2) $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = \frac{6}{5}$

c) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{3}{5} \quad a = 1$ $x_1 = -\frac{4}{3}, x_2 = \frac{12}{5} \quad a = -4$ $x_1 = 0, x_2 = 0 \quad a = 0$

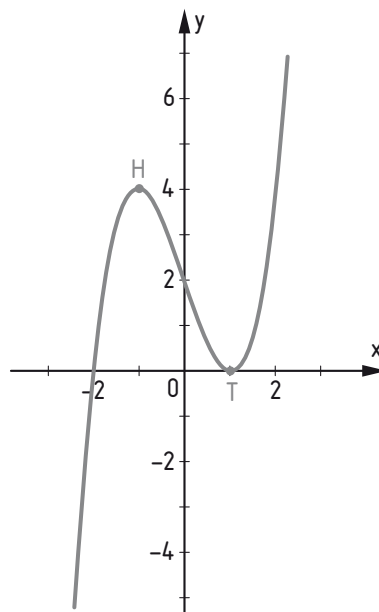
8 a) $T(x) = (x - 3) \cdot (x + 4)$ b) $T(x) = (3x - 1) \cdot (x - 2)$ c) $T(x) = (x - 3)^2$

9 a) $x^2 + x - 6 = 0$ b) $x^2 - 64 = 0$ c) $x^2 - 10x + 25 = 0$

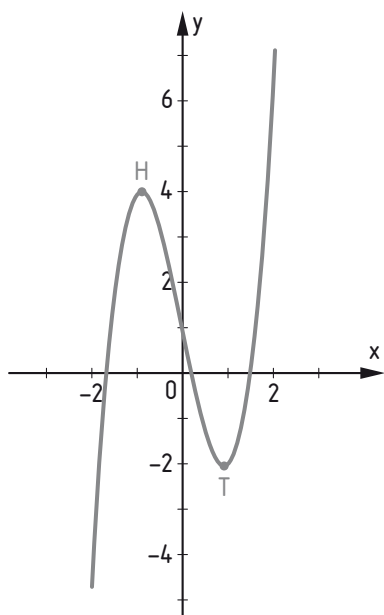
Seite 62, 63, 64

Funktionen

- ① aus der Zeichnung $H(-1|4)$, $T(1|0)$
 $]-\infty; -1]$ streng monoton wachsend
 $[-1; +1]$ streng monoton fallend
 $[+1; +\infty]$ streng monoton wachsend

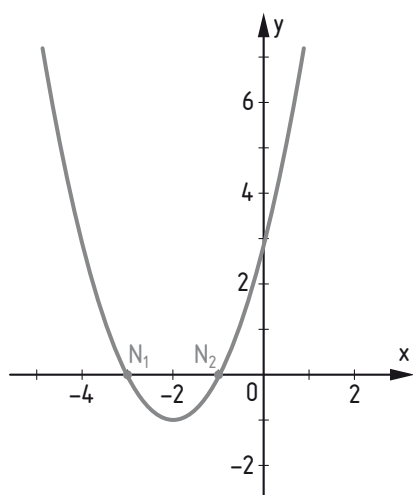


②



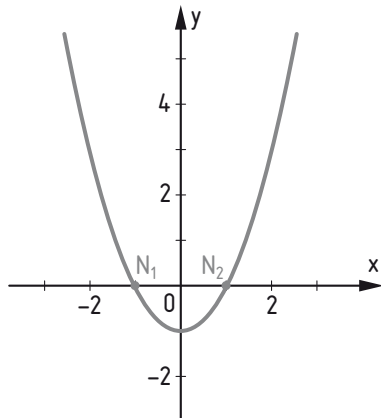
- aus der Zeichnung $H(-0,9|4)$, $T(+0,9|-2)$
 $]-\infty; -0,9]$ streng monoton wachsend
 $[-0,9; +0,9]$ streng monoton fallend
 $[+0,9; +\infty]$ streng monoton wachsend

③

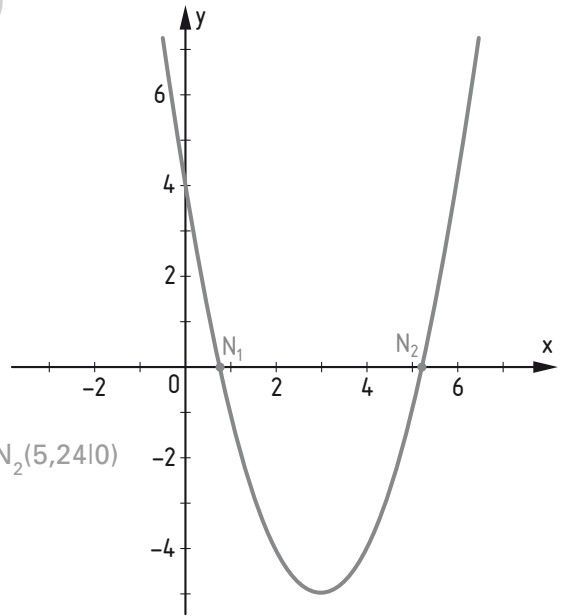


- $N_1(-3|0)$, $N_2(-1|0)$

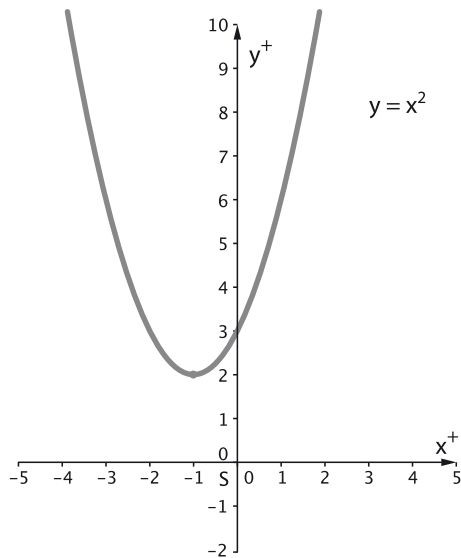
4


 $N_1(-1|0), N_2(1|0)$

5

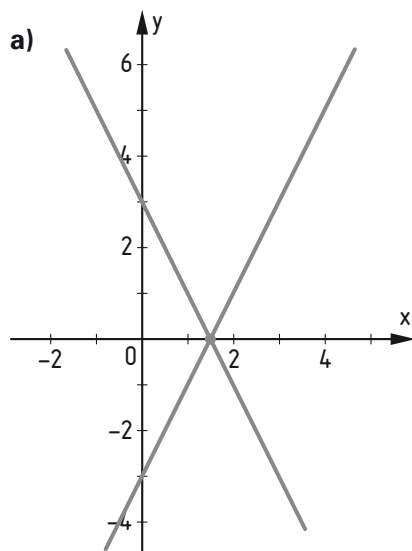

 $N_1(0,76|0), N_2(5,24|0)$

6

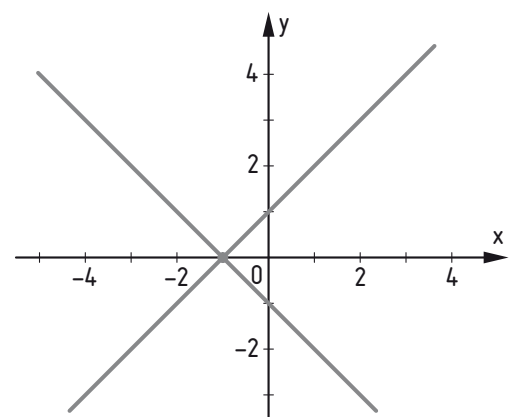


Alle Funktionswerte sind größer Null, die Diskriminante der zugehörigen quadratischen Gleichung ist kleiner Null.

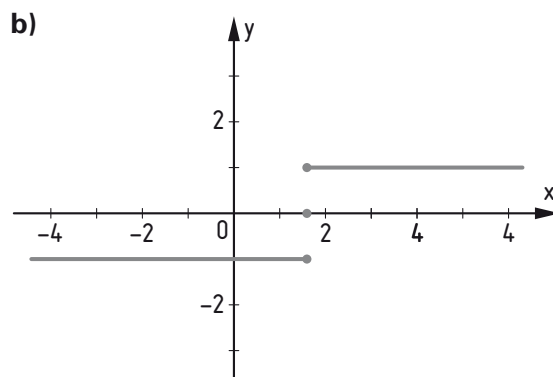
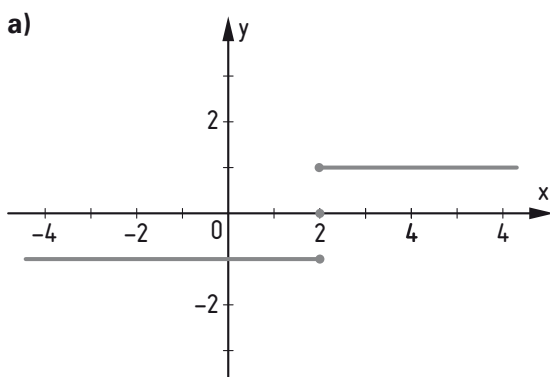
7



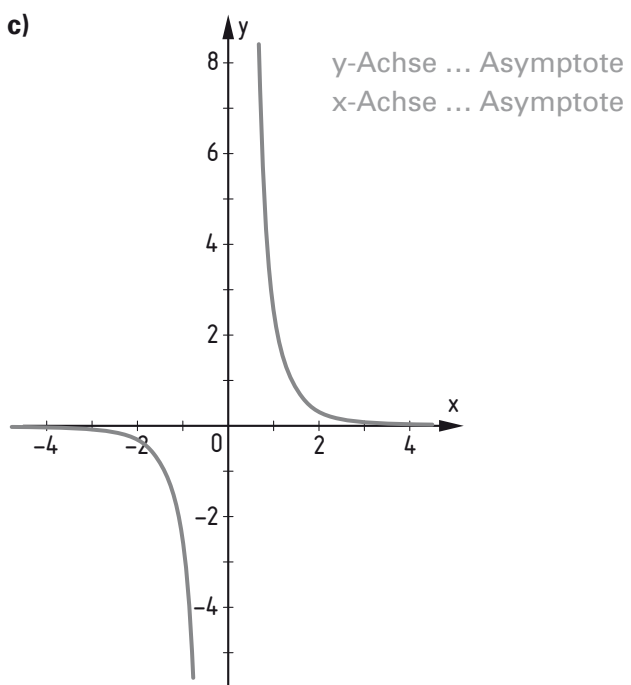
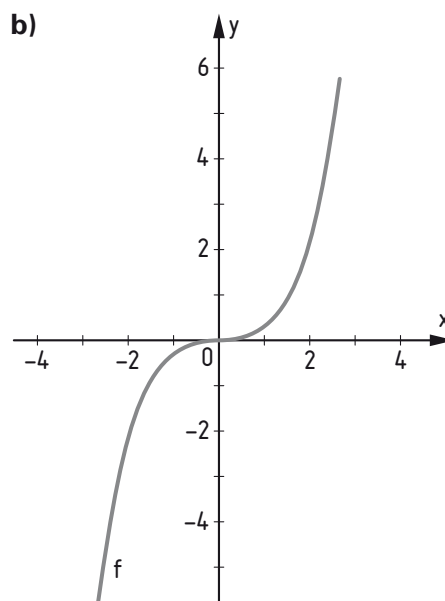
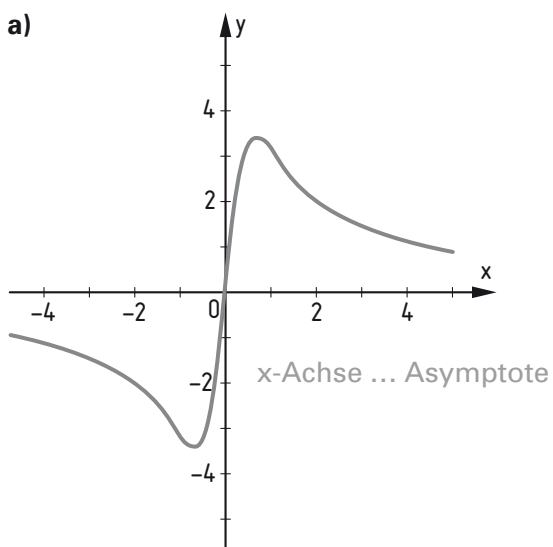
b)



8



9



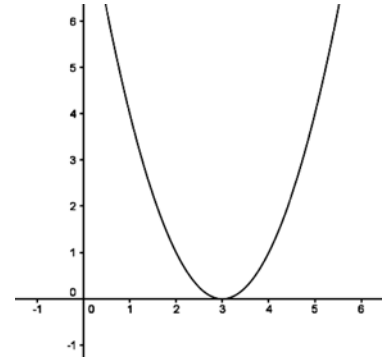
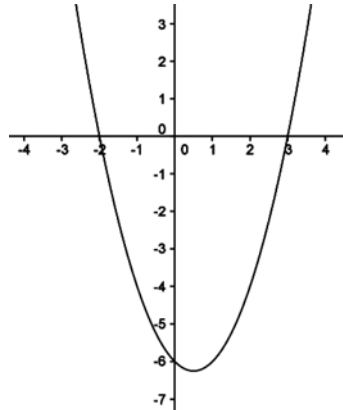
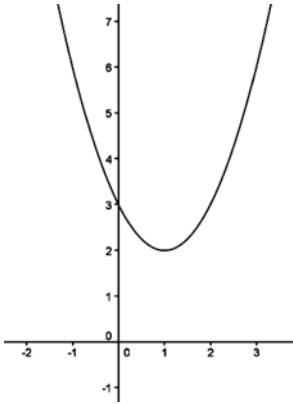
Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln.
Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

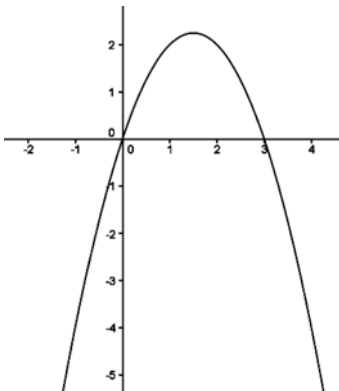
Wende dein Wissen an!

① (1) e (2) c (3) d (4) b (5) h (6) f

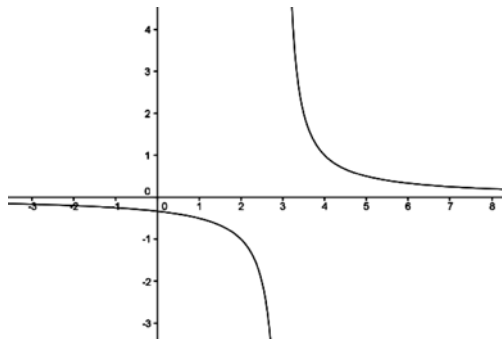
② a) $y = x^2 - 2x + 3$ b) $y = x^2 - x - 6$ c) $y = x^2 - 6x + 9$



d) $y = -x^2 + 3x$



e) $y = \frac{1}{x-3}$



(1) Nullstellen

	2 Nullstellen	1 Nullstelle	keine Nullstelle
a)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
b)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

(2) relative Extremstellen

	Hochpunkt	Tiefpunkt	keine relative Extremstellen
a)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

(3) Gib das Monotonieverhalten in Intervallschreibweise an!

	streng monoton steigend	streng monoton fallend
a)	$[1; \infty]$	$]-\infty; 1]$
b)	$[0,5; \infty]$	$]-\infty; 0,5]$
c)	$[3; \infty]$	$]-\infty; 3]$
d)	$]-\infty; 1,5]$	$[1,5; \infty]$
e)		$]-\infty; 3[$ und $]3; \infty]$

3 (a) (1) (b) (5) (c) (4) (d) (3) (e) (2) (f) (6)

4

	zwei Nullstellen	keine Nullstelle	eine doppelte Nullstelle
$y = x^2 + 6x + 9$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$y = x^2 - 2x + 3$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y = x^2 + 3x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y = (x - 2)^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$y = -x^2 - 2x + 6$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$y = -x^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

5 (a) (1) lineare Funktion (2) lineare Funktion
 (b) (1) rationale Funktion (2) lineare Funktion

6 vom Radius r : $f(r) = \frac{4r^3\pi}{3}$ Funktion dritten Grades

7 vom Radius r : $f(r) = 4r^2\pi$ quadratische Funktion

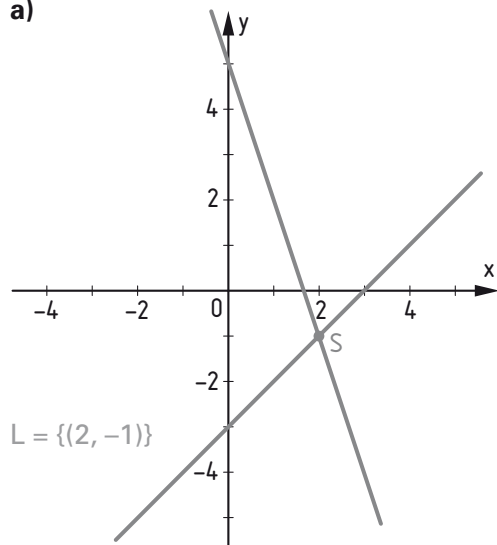
8 vom Radius r oder der Höhe h
 $f(r) = r^2\pi h$ quadratische Funktion
 $f(r) = r^2\pi h$ lineare Funktion

Seite 72

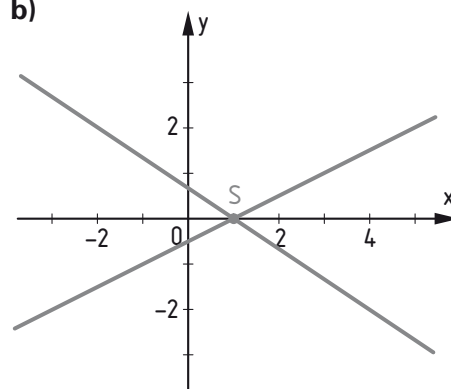
Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme mit zwei Variablen

① $L = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -\frac{1}{3}x + 3\}$ z. B.: (0; 3), (4; 0); (8; -3)

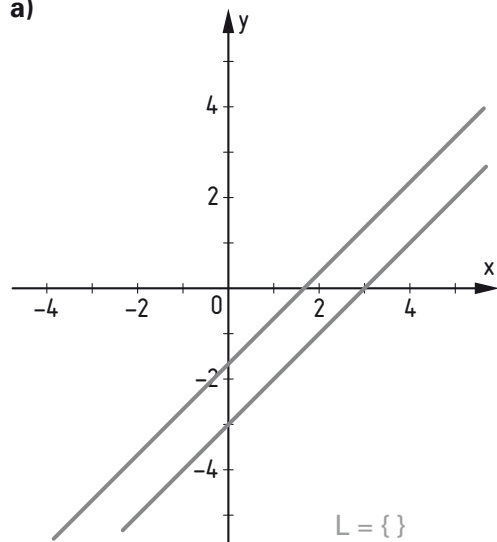
② a)



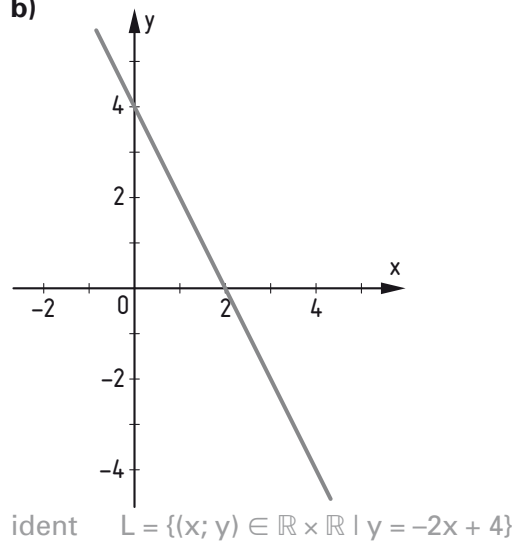
b)



③ a)



b)



④ a) $L = \{(4, 8)\}$

b) $L = \{(12, 11)\}$

c) $L = \{(2, 5)\}$

⑤ a) $L = \left\{\frac{5}{2}, \frac{3}{4}\right\}$

b) $L = \left\{\frac{5}{2}, \frac{3}{5}\right\}$

⑥ a) $L = \{(8, 9)\}$

b) $L = \{(5, 2)\}$

c) $L = \{(15, 16)\}$

⑦ a) $L = \left\{\left(\frac{a^2 - ab + b^2}{a - b}, \frac{b^2}{a - b}\right)\right\}$
mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq b$

b) $L = \{(-a; -b)\}$
mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq b$ und $b \neq 0$

Seite 77, 78, 79, 80

Textaufgaben

- ① Die beiden Zahlen lauten 168 und 120.
- ② Beachte: Z-Ziffer: x , E-Ziffer: $y \rightarrow$ Wert der Zahl: $10x + y$
Die Zahl lautet 49.
- ③ Die Zahl lautet 37.
- ④ Die beiden Brüder sind 14 und 12 Jahre alt.
- ⑤ Der erste Arbeiter braucht alleine 8 Tage, der zweite 12 Tage.
- ⑥ Der erste Arbeiter braucht alleine 6 Tage, der zweite 12 Tage.
- ⑦ Beachte: $60 \text{ min} = \frac{60}{60} \text{ h}$
Die ursprüngliche fahrplanmäßige Geschwindigkeit beträgt 66 km/h.
Die Entfernung der beiden Orte A und B ist 330 km.
- ⑧ Der Kilopreis beträgt 7,20 € bzw. 6 €.
- ⑨ Sie treffen einander nach 4 Stunden, 20 km von Ort A entfernt.
- ⑩ Der Personenzug kommt nach 8 Stunden, das ist um 22:30 Uhr, der Eilzug bereits nach 4 Stunden und 16 Minuten, das ist um 19:06 Uhr in Ort B an.
- ⑪ Der Alkoholgehalt beträgt 22% bzw. 55%.
- ⑫ Man muss 9 kg der Sorte A und 33 kg der Sorte B nehmen.
- ⑬ Die Seiten des ursprünglichen Rechtecks sind 15 cm und 10 cm lang.
- ⑭ Der zweite Radfahrer holt den ersten Radfahrer nach einer Stunde ein, und zwar 12 km von Ort A entfernt.
- ⑮ Die Seiten des ursprünglichen Rechtecks sind 20 cm und 10 cm lang.
- ⑯ Der Silberschmied muss 125 g der Sorte A und 325 g der Sorte B nehmen.

Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln.
Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

Wende dein Wissen an!

1 a) (5; 10) b) (; -3) c) (-1; -8) d) (4; 7)

2 a) $c = 1$ b) $b = 1$ c) $a = 3$

3 x-Koordinate und y-Koordinate stimmen überein.

4

	(1; 2)	(-2; 3)	(4; 8)	keine
$3x + 4y = 11$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$2x + y = -1$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x + 5y = 12$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x - 2y = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$y = 2x$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5 a) richtig b) falsch c) richtig

6 a) jede Zahl außer -2,5 b) nicht möglich c) $c = -2,5$

7 Zwei Geraden, die dieselbe Steigung haben,
 fallen zusammen schneiden einander sind parallel

8

I $2x - 3y = 5$ II $y = x + 2$	(1)	I $x - 2y = -3$ II $x + y = 5$	(3)	I $2x = 5y - 6$ II $2x = -2y + 3$	(2)
I $y = 2x - 7$ II $2x + 3 = y$	(2)	I $x = 4y + 3$ II $2x - 3y = 5$	(1)	I $3x + 4y = 6$ II $2x - 2y = -5$	(3)

9

	1 Lösung	2 Lösungen	unendlich viele Lösungen
I $2x - 8y = 6$ II $-x + 4y = -3$			✓
I $3x + y = 5$ II $2x - y = -1$	✓		
I $x + y = 5$ II $y = x - 5$	✓		
I $3x + 2y = -5$ II $y = -1,5x - 3$		✓	

Seite 85

Winkelmessung – Winkelfunktionen

- ① a) $\alpha = 37,2^\circ$ b) $\beta = 248,93^\circ$ c) $\gamma = 12,23^\circ$
 d) $\delta = 108,55^\circ$ e) $\varepsilon = 223,77^\circ$ f) $\varphi = 324,46^\circ$
- ② a) $\alpha = 23^\circ 1' 48''$ b) $\beta = 195^\circ 40' 12''$ c) $\gamma = 106^\circ 53' 31''$
 d) $\delta = 87^\circ 14' 2,4''$ e) $\varepsilon = 123^\circ 34' 4,1''$ f) $\varphi = 13^\circ 13' 4,44''$
- ③ a) $\alpha = 1,2793 \text{ rad}$ b) $\beta = 0,8511 \text{ rad}$ c) $\gamma = 1,4355 \text{ rad}$
 d) $\delta = 1,3673 \text{ rad}$ e) $\varepsilon = 1,8425 \text{ rad}$ f) $\varphi = 2,3705 \text{ rad}$
- ④ a) $\alpha = 32^\circ 5' 8,3''$ b) $\beta = 85^\circ 56' 37,2''$ c) $\gamma = 51^\circ 15' 3,87''$
 d) $\delta = 57^\circ 17' 44,8''$ e) $\varepsilon = 147^\circ 15' 0,6''$ f) $\varphi = 177^\circ 57' 38''$

⑤

		sin	cos	tan
a)	$\alpha = 12^\circ 23'$	0,2145	0,9767	0,2196
b)	$\beta = 48^\circ 06'$	0,7443	0,6678	1,1145
c)	$\gamma = 74^\circ 14' 23''$	0,9624	0,2716	3,5433
d)	$\delta = 48,87^\circ$	0,7532	0,6578	1,1451
e)	$\varepsilon = 23,482^\circ$	0,3985	0,9172	0,4344
f)	$\varphi = 8,24^\circ$	0,1433	0,9897	0,1448

⑥

		sin	cos	tan
a)	$\alpha = 1,6 \text{ rad}$	0,9996	-0,0292	-34,2325
b)	$\beta = 0,85 \text{ rad}$	0,7513	0,6600	1,1383
c)	$\gamma = 0,45 \text{ rad}$	0,4350	0,9004	0,4831
d)	$\delta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$	0,8660	0,5	1,7321
e)	$\varepsilon = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$	0,7071	0,7071	1
f)	$\varphi = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$	0,3827	0,9239	0,4142

- ⑦ a) $\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 150^\circ$ b) $\beta_1 = 47,16^\circ, \beta_2 = 312,84^\circ$ c) $\gamma_1 = 29,25^\circ, \gamma_2 = 209,25^\circ$
 d) $\delta_1 = 82,82^\circ, \delta_2 = 277,18^\circ$ e) $\varepsilon_1 = 70,91^\circ, \varepsilon_2 = 250,91^\circ$ f) $\varphi_1 = 55,59^\circ, \varphi_2 = 124,41^\circ$
- ⑧ a) $\alpha_1 = 0,1253 \text{ rad}$ b) $\beta_1 = 0,6006 \text{ rad}$ c) $\gamma_1 = 1,1988 \text{ rad}$
 $\alpha_2 = 3,0163 \text{ rad}$ $\beta_2 = 5,6826 \text{ rad}$ $\gamma_2 = 4,3403 \text{ rad}$
 d) $\delta_1 = 1,0472 \text{ rad}$ e) $\varepsilon_1 = 0,7273 \text{ rad}$ f) $\varphi_1 = 0,7478 \text{ rad}$
 $\delta_2 = 5,2360 \text{ rad}$ $\varepsilon_2 = 3,8689 \text{ rad}$ $\varphi_2 = 2,3938 \text{ rad}$

Seite 88, 89

Berechnungen mithilfe von rechtwinkligen Dreiecken

- 1 $b = 3 \text{ cm}, \alpha = 53,13^\circ, \beta = 36,87^\circ$
- 2 $a = 12 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, \alpha = 67,38^\circ$
- 3 $b = 7,67 \text{ m}, c = 8,16 \text{ m}, \beta = 70,15^\circ = 70^\circ 9'$
- 4 $a = 65 \text{ mm}, c = 315 \text{ mm}, \beta = 78,05^\circ$
- 5 $b = 104,7 \text{ cm}, c = 112,4 \text{ cm}, \alpha = 21,28^\circ = 21^\circ 17'$
- 6 $b = 35,4 \text{ cm}, c = 40,0 \text{ cm}, \alpha = 27,56^\circ, \beta = 62,44^\circ$
- 7 $a = 11,26 \text{ m}, c = 16,66 \text{ m}, \alpha = 42,52^\circ, \beta = 47,48^\circ$
- 8 $a = 5,9 \text{ cm}, b = 6,2 \text{ cm}, c = 8,6 \text{ cm}, \alpha = 43,70^\circ, \beta = 46,30^\circ$
- 9 $a = 65 \text{ mm}, b = 152 \text{ mm}, c = 165 \text{ mm}, \beta = 67^\circ$
- 10 $a = 36,0 \text{ cm}, b = 102,4 \text{ cm}, c = 108,6 \text{ cm}, \beta = 70,62^\circ = 70^\circ 37'$
- 11 $a = 2,5 \text{ m}, b = 1,4 \text{ m}, c = 2,9 \text{ m}, \alpha = 61,42^\circ = 61^\circ 25'$
- 12 $a = b = 29 \text{ cm}, \alpha = \beta = 43,6^\circ, \gamma = 92,8^\circ$
- 13 $f = 75 \text{ cm}, h = 60 \text{ cm}, \alpha = 73,74^\circ, \beta = 106,26^\circ, A = 3\,750 \text{ cm}^2$
- 14 $a = 137 \text{ mm}, f = 176 \text{ mm}, \alpha = 80,01^\circ, \beta = 100,09^\circ, A = 18\,505 \text{ mm}^2$
- 15 $e = 165,4 \text{ cm}, f = 62,2 \text{ cm}, h = 58,3 \text{ cm}, \beta = 138,78^\circ, A = 5\,149,42 \text{ cm}^2$
- 16 $b = 4,9 \text{ cm}, e = 8,6 \text{ cm}, f = 11,2 \text{ cm}, \beta = 39,7^\circ, \gamma = 140,3^\circ, \delta = 108^\circ, A = 29,5 \text{ cm}^2$
- 17 $b = 83 \text{ cm}, c = 47,2 \text{ cm}, e = 89,2 \text{ cm}, f = 124,9 \text{ cm}, \alpha = 57,3^\circ, \gamma = 146,44^\circ, A = 4\,421,34 \text{ cm}^2$
- 18 Der Winkel beträgt $54,74^\circ$.
- 19 Der Winkel beträgt $35,26^\circ$.

Seite 93

Winkelfunktionen – Polarkoordinaten

1		sin	cos	tan
a)	94°25'	0,9970	-0,0770	-12,9469
b)	128°32'	0,7822	-0,6230	- 1,2557
c)	300°	-0,8660	0,5	- 1,7321
d)	205°27'12"	-0,4298	-0,9029	0,4760
e)	318°45'36"	-0,6592	0,7520	- 0,8767
f)	225°45'23"	-0,7164	-0,6977	1,0268

2		sin	cos	tan
a)	121,75°	0,8504	-0,5262	-1,6160
b)	227,81°	-0,7409	-0,6716	1,1032
c)	228,5°	-0,7490	-0,6626	1,1303
d)	153,124°	0,4521	-0,8920	-0,5068
e)	325,65°	-0,5642	0,8256	-0,6834
f)	58,538°	0,8530	0,5219	1,6343

3		sin	cos	tan
a)	1,25 rad	0,9490	0,3153	3,0096
b)	0,892 rad	0,7783	0,6279	1,2397
c)	2,5 rad	0,5985	-0,8011	-0,7470
d)	$\frac{\pi}{3}$ rad	0,8660	0,5	1,7321
e)	$\frac{3\pi}{8}$ rad	0,9239	0,3827	2,4142
f)	$\frac{5\pi}{6}$ rad	0,5	-0,8660	-0,5774

4	a) $\sin 55^\circ$	b) $-\sin 36^\circ$	c) $-\sin 15^\circ$
	d) $-\cos 11^\circ$	e) $-\cos 65^\circ$	f) $\cos 33^\circ$

5	a) $\alpha = 34,75^\circ$	b) $\alpha = 52,41^\circ$	c) $\alpha = 123,49^\circ$
	d) $\alpha = 337,82^\circ$	e) $\alpha = 229,55^\circ$	f) $\alpha = 103,53^\circ$

6	a) $\alpha = 41,35^\circ$	b) $\alpha = 248,96^\circ$	c) $\alpha = 143,13^\circ$	d) $\alpha = 303,69^\circ$
---	---------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

- 7 a) $\alpha_1 = 26,74^\circ; \alpha_2 = 153,26^\circ$ b) $\alpha_1 = 235,39^\circ; \alpha_2 = 304,61^\circ$
 c) $\alpha_1 = 55,25^\circ; \alpha_2 = 304,75^\circ$ d) $\alpha_1 = 104,95^\circ; \alpha_2 = 255,05^\circ$
 e) $\alpha_1 = 26,57^\circ; \alpha_2 = 206,57^\circ$ f) $\alpha_1 = 98,37^\circ; \alpha_2 = 278,37^\circ$
- 8 a) 1. Quadrant: P(7,81; 39,81°) b) 2. Quadrant: Q(2,5; 126,87°)
 c) 3. Quadrant: R(3,61; 236,31°) d) 4. Quadrant: S(2,68; 333,43°)
- 9 a) P(7,34|3,19) 1. Quadrant b) Q(-1,15|1,64) 2. Quadrant
 c) R(-2,25|-1,09) 3. Quadrant d) S(0,65|-1,13) 4. Quadrant

Seite 98, 99, 100, 101, 102

Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck

- 1 b = 5,4 cm, $\beta = 86,27^\circ$, $\gamma = 50,73^\circ$
 2 a = 3,90 m, c = 2,77 m, $\alpha = 72,03^\circ$
 3 c = 41 mm, $\beta = 17,17^\circ$, $\gamma = 45,13^\circ$
 4 b = 1,82 m, c = 3,51 m, $\gamma = 83,98^\circ$
 5 b = 8,5 cm, $\alpha = 74,61^\circ$, $\beta = 24,19^\circ$
 6 c = 13 cm, $\alpha = 59,48^\circ$, $\gamma = 53,15^\circ$
 7 $\alpha = 67,38^\circ$, $\beta = 36,87^\circ$, $\gamma = 75,75^\circ$
 8 c = 12,4 cm, $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 59,50^\circ$
 9 a = 3,69 dm, c = 2,01 dm, $\alpha = 36,71^\circ$, $\beta = 124,3^\circ$
 10 c = 78 mm, $\gamma = 60,43^\circ$, $\delta = 79,57^\circ$
 11 $\overline{AC} = 9,4$ cm, $\alpha = 102,59^\circ$, $\gamma = 103,33^\circ$, $\delta = 100,7^\circ$
 12 u = 331 mm, A = 5 550 mm²
 13 u = 74,1 cm, A = 327,6 cm²
 14 d = 9,7 cm, $\alpha = 62,42^\circ$, $\beta = 40,74^\circ$, $\gamma = 139,26^\circ$, $\delta = 117,58^\circ$

15 $\alpha = \gamma = 66,27^\circ$, $\beta = \delta = 113,73^\circ$, $u = 229,36$ cm, $A = 2\,896,15$ cm²

16 Die Bojen sind 55,88 m voneinander entfernt.

17 Der Berg ist 1 594 m hoch.

Überprüfe dein Wissen!

Alle Fragen beziehen sich auf Merksätze und Erklärungen in den einzelnen Kapiteln. Kontrolliere deine Antworten mit dem Buch.

Wende dein Wissen an!

1 (a) AK ... b GK a (b) AK ... a GK b

2 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\tan \beta = \frac{b}{a}$
 $\cos \beta = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

3 $\tan \beta = \frac{h}{p}$ $\tan \alpha = \frac{c}{b}$ $\tan \beta = \frac{b}{a}$ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

4 $\alpha = 53,84^\circ$ $\beta = 36,16^\circ$

5 a) $\sin \alpha = -0,5$ $\alpha_1 = 330^\circ$, $\alpha_2 = 210^\circ$
 b) $\cos \alpha = 0,87$ $\alpha_1 = 29,54^\circ$, $\alpha_2 = 330,46^\circ$
 c) $\tan \alpha = -1,2$ $\alpha_1 = 129,81^\circ$, $\alpha_2 = 309,81^\circ$

6 Kreuze an!

	0	1	-1	nicht definiert
$\sin 0^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 0^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 0^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sin 90^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 90^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 90^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sin 180^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 180^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 180^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sin 270^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 270^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 270^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sin 360^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 360^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 360^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7 Kreuze an!

	> 0	< 0	nicht definiert
$\sin 85^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 63^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 175^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sin 200^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 260^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\tan 226^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sin 260^\circ$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\cos 290^\circ$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8 $\sin \varepsilon = \frac{r}{t}$ $\cos \varphi = \frac{r}{t}$
 $\cos \varepsilon = \frac{s}{t}$ $\tan \varphi = \frac{s}{r}$
 $\tan \varepsilon = \frac{r}{s}$ $\sin \varphi = \frac{s}{t}$

9 Vergleich Winkelfunktionen im Einheitskreis, Werteverlauf

- 10 a) richtig b) falsch $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$
 c) falsch $\tan 120^\circ = -\tan 60^\circ$ d) falsch $\sin 80^\circ = -\sin 280^\circ$

- 11 a) P1(3/4) (3) (b) R1(6; 200°) (2)
 P2(-3/4) (2) R2(5; 126,87°) (4)
 P3(-3/-4) (4) R3(6; 20°) (1)
 P4(3/-4) (1) R4(6; 160°) (3)

12 $\alpha = 106,26^\circ$, $\beta = 97,13^\circ$, $\gamma = 59,49^\circ$

- 13 a) 1,1 m b) kleiner

14 $h = 74 \text{ m}$, $\alpha = 68^\circ$

Seite 117, 118

Vektorrechnung

1 a) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -10 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \end{pmatrix}$ d) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

2 a) $A_1(1|12)$, $B_1(-4|5)$, $C_1(-4|-3)$

b) $A_1(1|-1)$, $B_1(7|-7)$, $C_1(4|0)$

c) $A_1(-5|-2)$, $B_1(1|0)$, $C_1(-4|7)$

- 3) $A_1(-5|-1), B_1(-3|-4), C_1(0|-3), D_1(-3|0)$
- 4) a) 8,60 b) 8,94 c) 10
- 5) a) $y_a = \pm 3$ b) $x_b = \pm 5 \cdot \sqrt{3}$
- 6) a) parallel b) parallel c) parallel d) nicht parallel
- 7) a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ also $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ also $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 8) a) Trapez b) allg. Viereck
- 9) a) C(6|-3), D(0|5) b) A(7|10), D(10|6)
- 10) a) C(4|6), D(-1|5) b) C(0|9), D(-5|7) c) B(3|-5), D(-7|3) d) A(-2|4), C(-4|-4)
- 11) a) T(2|10) b) $T(\frac{5}{4} | -\frac{3}{4})$
- 12) a) D(-3|5), u = 17,638 b) C(2|4), u = 20,628 c) D(-1|4), u = 21,771
- 13) a) p = 4,02, q = 7,16 b) p = 4,02, q = 7,16
- 14) a) C(8|-2), D(5|6) b) C(0|9), D(-3|5)
c) C(0|3), A(-2|7) d) D(-4|6), B(2|2)
- 15) a) $A_1(-1|8), A_2(5|0)$ b) $A_1(21|8), A_2(-27|-12)$

Seite 126, 127

Gleichung der Geraden in der Ebene

- 1) a) (8|1), (5|2), (2|3), (-1|4) b) (-2|2), (2|-3), (6|-8), (10|-13)
- 2) a) P(1|-2), Q(3|-5) b) P(5|0), Q(1|8)
- 3) a) d = 6,4 b) d = 4,025
- 4) a) x = 3 b) $5x - 2y = -10$
- 5) a) (1) $X = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ (2) $X = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
b) (1) $3x - y = 15$ (2) $x + 3y = -5$
- 6) a) schneidend S(5,2|2,3) b) schneidend S(-1|1)
- 7) a) $11,3^\circ$ b) $82,9^\circ$

- 16 (1) a) c kann jeden Wert außer 5 annehmen b) c = 5
(2) a) c kann jeden Wert außer 1,5 annehmen b) c = 1,5

17 a = 7, c = -2

18 a) $X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

Mathematische Zeichen

Logik und Mengenlehre			
\neg bzw. $'$	non (nicht) ... Negation	$/$	Das Durchstreichen eines Zeichens bedeutet dessen Negation.
\wedge	und (Konjunktion)	\vee	oder (Disjunktion)
\Rightarrow	Wenn ... dann ... Aus ... folgt ... (Implikation)	\Leftarrow	... nur dann, wenn ...
\Leftrightarrow	... genau dann, wenn ... (Äquivalenz)	\forall	Für alle ... (Allquantor)
\exists	Es existiert ... Für mindestens ein ... (Existenzquantor)	$\exists!$	Es existiert genau ein ... Für genau ein ... (Eindeutigkeitsquantor)
\in	... ist Element von ...	\notin	... ist kein Element von ...
$A \cup B$	A vereinigt mit B (Vereinigungsmenge)	$A \cap B$	A geschnitten mit B (Durchschnittsmenge)
$A \subset B$	A ist echte Teilmenge von B	$A \subseteq B$	A ist Teilmenge von B
$A \supseteq B$	A ist Obermenge von B	$A \setminus B$	A ohne B Differenzmenge von A und B
$A \times B$	Produktmenge von A und B		
$A = \{x \in G \mid \dots\}$ A ist die Menge aller x aus der (Grund-)Menge G, für die gilt ...			
A' Komplementärmenge von A			

Zahlenmengen			
$\{\}$	leere Menge		
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$	Menge der natürlichen Zahlen		
$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \mathbb{Z}^+$	Menge der natürlichen Zahlen ohne Null		
$\mathbb{N}_g = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$	Menge der geraden natürlichen Zahlen		
$\mathbb{N}_u = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$	Menge der ungeraden natürlichen Zahlen		
$\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$	Menge der Primzahlen		
$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$ $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	Menge der ganzen Zahlen		
$\mathbb{Z}^+ = \{+1, +2, +3, +4, +5, \dots\} = \mathbb{N}^*$	Menge der positiven ganzen Zahlen		
$\mathbb{Z}^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$	Menge der negativen ganzen Zahlen		
$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \mid (p, q \in \mathbb{Z}) \wedge (q \neq 0)\}$	Menge der rationalen Zahlen		
\mathbb{I}	Menge der irrationalen Zahlen		
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen		
$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$	Menge der reellen Zahlen		
\mathbb{R}^+	Menge der positiven reellen Zahlen		
\mathbb{R}^-	Menge der negativen reellen Zahlen		
\mathbb{R}_0^+	Menge der nicht-negativen reellen Zahlen		
\mathbb{R}_0^-	Menge der nicht-positiven reellen Zahlen		
$[a; b], [a; b[,]a; b],]a; b[$	Intervalle (Teilmengen) von \mathbb{R}		
$[a; b]$	abgeschlossenes Intervall	$]a; b[$	offenes Intervall
$]a; b]$	halb offenes Intervall (Der rechter Randpunkt gehört dazu, der linke nicht.)		
$[a; b[$	halb offenes Intervall (Der linke Randpunkt gehört dazu, der rechte nicht.)		

Arithmetik und Algebra			
=	... ist (dem Wert nach) gleich	≠	... ist (dem Wert nach) ungleich
≈	... ist ungefähr gleich	≜	entspricht
<	... ist kleiner als ...	>	... ist größer als ...
≤	... ist kleiner oder gleich ...	≥	... ist größer oder gleich
+	Addition (bzw. Vorzeichen)	-	Subtraktion (bzw. Vorzeichen)
±	plus oder minus		
a	Betrag von a	sgn a	Vorzeichen (Signum) von a
Σ	Summe von ...	Δ	Differenz von ...
≡	... kongruent modulo ... ist identisch mit teilt ...
ggT	größter gemeinsamer Teiler von ...	kgV	kleinstes gemeinsames Vielfaches von ...
%	Prozent	‰	Promille

Gleichungen und Funktionen			
N	Nenner	Z	Zähler
HN	Hauptnenner	G	Grundmenge
T(x)	Term in (Abhängigkeit von) x	f(x)	Funktionsterm
(x; y)	geordnetes Paar	L	Lösungsmenge
D	Definitionsmenge einer (Un-)Gleichung	W	Wertemenge einer Funktion
D	Diskriminante	D _f	Definitionsmenge einer Funktion
A → B	Abbildungspfeil für Mengen	x ↦ y	Zuordnungspfeil von Elementen
f: A → B: x ↦ y f: A → B: y = f(x)	Die Funktion f ist eine Abbildung von A nach B, die jedem Element x ∈ A das Element y bzw. f(x) ∈ B zuordnet. x ... Argument f(x) ... Funktionswert an der Stelle x		
y = x	Betragsfunktion	y = sgn x	Signumfunktion
y = [x]	Gauss-Klammer-Funktion	y = int x	Integer-(Ganzzahliger Anteil-) Funktion
sin α	Sinus(wert) des Winkels α	y = sin x	Sinusfunktion
cos α	Cosinus(wert) des Winkels α	y = cos x	Cosinusfunktion
tan α	Tangens(wert) des Winkels α	y = tan x	Tangensfunktion

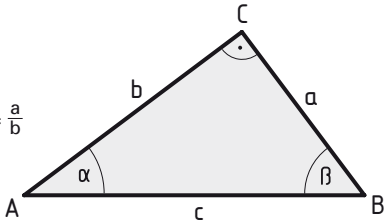
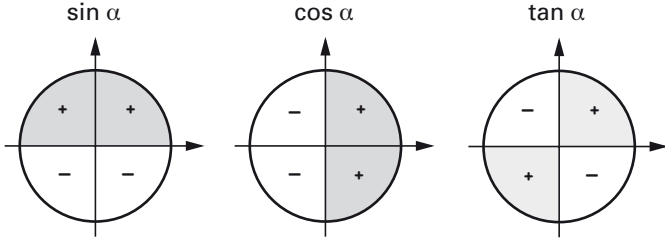
Griechisches Alphabet									
A α	Alpha	H η	Eta	N ν	Ny	T τ	Tau		
B β	Beta	Θ θ	Theta	Ξ ξ	Xi	Υ υ	Ypsilon		
Γ γ	Gamma	I ι	Iota	Ο ο	Omikron	Φ φ	Phi		
Δ δ	Delta	K κ	Kappa	Π π	Pi	Χ χ	Chi		
E ε	Epsilon	Λ λ	Lambda	Ρ ρ	Rho	Ψ ψ	Psi		
Z ζ	Zeta	M μ	My	Σ σ	Sigma	Ω ω	Omega		

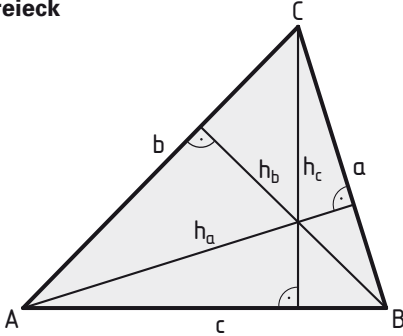
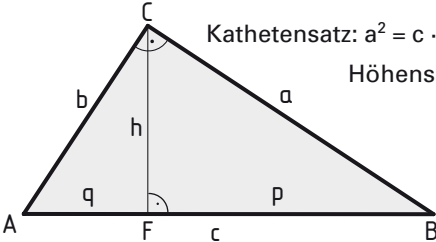
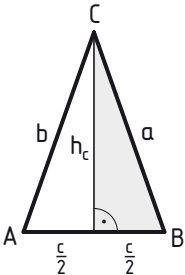
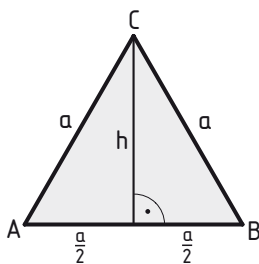
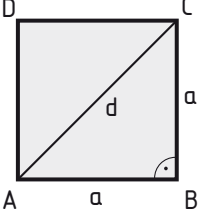
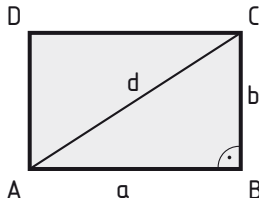
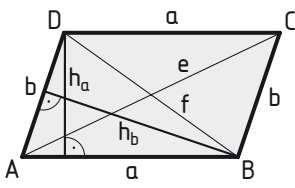
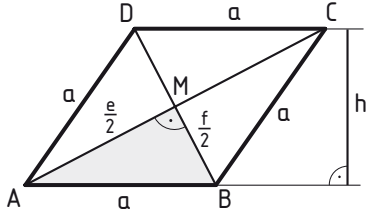
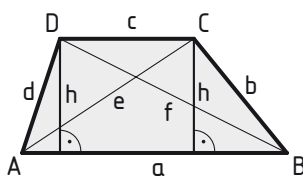
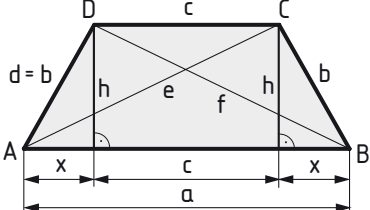
Vektoren				
AB	Strecke von A nach B		\overline{AB}	Länge der Strecke AB
$\vec{a} = \overline{AB}$	Vektor von A nach B		$ \vec{a} = \overline{AB} $	Länge (Betrag) des Vektors \overline{AB}
\vec{a}_0	Einheitsvektor des Vektors \vec{a}		\overline{AB}_0	Einheitsvektor des Vektors \overline{AB}
$\vec{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ Basisvektoren			\vec{o}	Nullvektor
			\vec{n}	Normalvektor

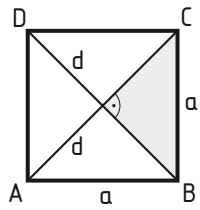
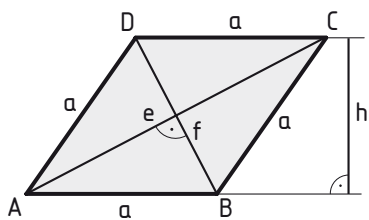
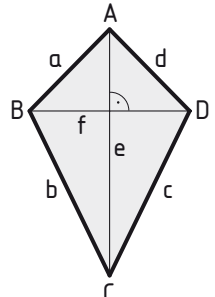
Analytische Geometrie				
$y = kx + d$	Hauptform der Geradengleichung $k \dots$ Anstieg der Geraden			
$\vec{x} = \vec{x}_1 + \lambda \cdot \vec{a}$	Parameterform der Geradengleichung $\lambda \dots$ Parameter $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} \dots$ Richtungsvektor			
$ax + by = c$	Normalvektorform der Geradengleichung mit $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$			
S	Schwerpunkt		H	Höhenschnittpunkt
U	Umkreismittelpunkt		I	Inkreismittelpunkt
r	Umkreisradius		ϱ	Inkreisradius
Δ	Dreieck		\sphericalangle	Winkel
$\sphericalangle ABC$	Winkel zwischen BA und BC			
$\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b})$	Winkel zwischen \vec{a} und \vec{b}			

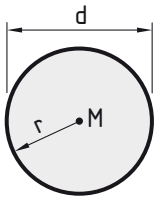
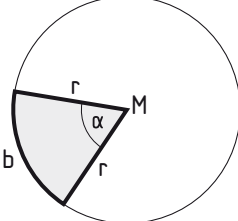
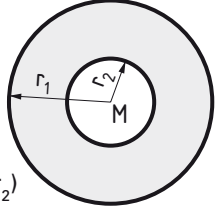
Wichtige Formeln

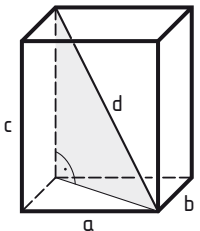
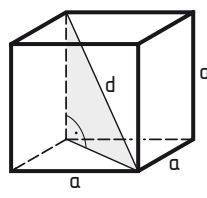
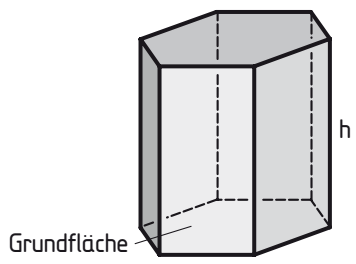
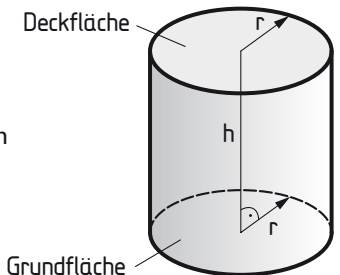
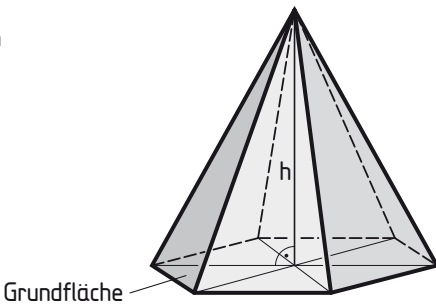
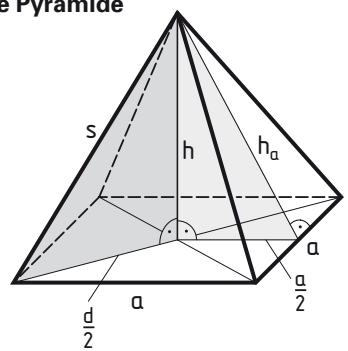
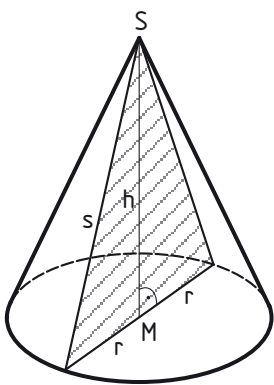
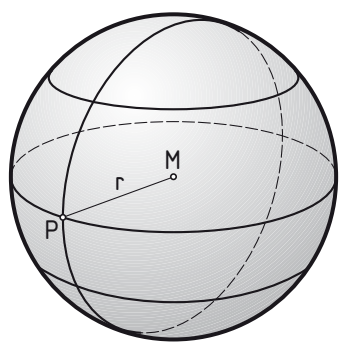
Rechnen mit Potenzen				
$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$	$a^r : a^s = a^{r-s}$	$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$a^0 = 1$ mit $a \neq 0$		$a^1 = a$		$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
Klammerregeln: $a + (b + c) = a + b + c$ $a + (b - c) = a + b - c$ $a - (b + c) = a - b - c$ $a - (b - c) = a - b + c$		Quadrieren und Kubieren von Binomen: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$		
$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$		$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$		$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$
Quadratische Gleichung: $ax^2 + bx + c = 0$ $x^2 + px + q = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$		Sätze von Vieta: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ $x_1 \cdot x_2 = q$ $a \cdot (x - x_1)(x - x_2) = ax^2 + bx + c = 0$ $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 + px + q = 0$		

Trigonometrie																								
Im rechtwinkligen Dreieck gilt:																								
$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$ $\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b}$																								
Vorzeichen in den Quadranten:																								
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Quadrant</th> <th>I</th> <th>II</th> <th>III</th> <th>IV</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\sin \alpha$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$\cos \alpha$</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$\tan \alpha$</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </tbody> </table>	Quadrant	I	II	III	IV	$\sin \alpha$	+	+	-	-	$\cos \alpha$	+	-	-	+	$\tan \alpha$	+	-	+	-				
Quadrant	I	II	III	IV																				
$\sin \alpha$	+	+	-	-																				
$\cos \alpha$	+	-	-	+																				
$\tan \alpha$	+	-	+	-																				
Funktionswerte negativer Winkel:																								
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$		$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$		$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$																				
Zusammenhang der Winkelfunktionen:																								
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$		$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$		$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$																				
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$	$\frac{1}{\tan^2 \alpha} + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$																						
Sinussatz: $a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$		Cosinussatz: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$																						
Flächeninhalt des Dreiecks (trigonometrische Flächenformel):																								
$A = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \sin \gamma$		$A = \frac{a \cdot c}{2} \cdot \sin \beta$		$A = \frac{b \cdot c}{2} \cdot \sin \alpha$																				

Dreiecke und Vierecke	
<p>Allgemeines Dreieck</p> $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$ $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$ $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ 	<p>Rechtwinkliges Dreieck</p> <p>Lehrsätze des Pythagoras</p> $a^2 + b^2 = c^2$ <p>Kathetensatz: $a^2 = c \cdot p$, $b^2 = c \cdot q$</p> <p>Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$</p> $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$ $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$ 
<p>Gleichschenkliges Dreieck</p> $a = b; \alpha = \beta$ $h_c = \sqrt{a^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$ $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ 	<p>Gleichseitiges Dreieck</p> $a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$ $h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3}$ $A = \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$ 
<p>Quadrat</p> $d = a \cdot \sqrt{2}$ $A = a^2$ 	<p>Rechteck</p> $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ $A = a \cdot b$ 
<p>Parallelogramm</p> $A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$ 	<p>Raute (Rhombus)</p> $A = a \cdot h$ $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$ $a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2$ 
<p>Trapez</p> $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$ 	<p>Gleichschenkliges Trapez</p> $b = d, e = f$ $x = \frac{1}{2} \cdot (a - c)$ $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$ 

Vierecke mit aufeinander normal stehenden Diagonalen		
<p>Quadrat</p> $A = \frac{1}{2} \cdot d^2$ 	<p>Raute (Rhombus)</p> $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$ 	<p>Deltoid</p> $a = d, b = c$ $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$ 

Kreis und Kreisteile		
Kreis $u = 2 \cdot r \cdot \pi = d \cdot \pi$ $A = r^2 \cdot \pi$ $A = \frac{1}{4} \cdot d^2 \cdot \pi$ 	Kreissector $b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180}$ $A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $A = \frac{b \cdot r}{2}$ 	Kreisring  $u = 2 \cdot \pi \cdot (r_1 + r_2)$ $A = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$ $A = \pi \cdot (r_1 - r_2) \cdot (r_1 + r_2)$

Körper	
Quader $V = a \cdot b \cdot c$ $O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 	Würfel $V = a^3$ $O = 6 \cdot a^2$ $d = a \cdot \sqrt{3}$ 
Prisma $V = G \cdot h$ $O = 2G + M$ $M = u_G \cdot h$ 	Drehzylinder $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ $O = 2G + M$ $O = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2r \cdot \pi \cdot h$ $O = 2r\pi \cdot (r + h)$ 
Pyramide $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ $O = G + M$ 	Gerade quadratische Pyramide $h_a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $s^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $s^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$ $s^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{2}\right)^2$ $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$ $O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_a$ 
Drehkegel $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \pi \cdot h$ $O = r^2 \pi + r \pi s$ $O = r \pi \cdot (r + s)$ $s^2 = r^2 + h^2$ 	Kugel $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \pi$ $O = 4r^2 \pi$ 

Vektorrechnung	
Addition und Subtraktion von Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \quad \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \pm b_x \\ a_y \pm b_y \end{pmatrix}$	Multiplikation mit einem Skalar $\lambda \cdot \vec{a} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \cdot a_x \\ \lambda \cdot a_y \end{pmatrix}$
Betrag (Länge) eines Vektors $ \vec{a} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$	Einheitsvektor $\vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{ \vec{a} } = \frac{1}{ \vec{a} } \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$
Skalares Produkt von Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \varphi \quad \text{mit } \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \varphi$	Orthogonalitätsbedingung $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ Normalvektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \quad \vec{n}_1 = \begin{pmatrix} a_y \\ -a_x \end{pmatrix} \text{ bzw. } \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} -a_y \\ a_x \end{pmatrix}$
Winkel zwischen Vektoren $\varphi = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b})$ $\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \cdot \vec{b} } \quad \text{aber auch} \quad \cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }$	

